

Mathématiques 12

Examen provincial – Janvier 1998

CORRIGÉ / BARÈME DE NOTATION

- Domaines :**
1. Trigonométrie
 2. Relations quadratiques
 3. Fonctions exponentielles et logarithmiques
 4. Fonctions polynomiales
 5. Suites et séries
 6. Introduction au calcul différentiel et intégral
 7. Géométrie
 8. Résolution de problèmes

Partie A : Questions à choix multiple

Q	K	C	T	ILO	Q	K	C	T	ILO
1.	B	K	2	17	26.	A	K	4	40
2.	D	U	2	17	27.	C	U	4	38
3.	A	U	2	12	28.	B	U	4	37
4.	C	U	2	17	29.	D	U	4	41
5.	D	U	2	22	30.	B	U	4	35
6.	A	U	2	21	31.	A	U	4	40
7.	C	U	2	18	32.	D	U	4	43
8.	B	U	2	17	33.	A	H	4	39
9.	B	H	2	15	34.	D	K	5	46
10.	B	H	2	20	35.	D	U	5	46
11.	B	K	1	01	36.	B	U	5	47
12.	B	K	1	05	37.	C	U	5	46
13.	C	U	1	02	38.	C	H	5	45
14.	C	U	1	03	39.	C	K	6	57
15.	A	U	1	06	40.	C	K	6	50
16.	B	U	1	08	41.	B	U	6	51
17.	B	U	1	09	42.	D	K	6	56
18.	D	H	1	08	43.	C	U	6	61
19.	A	U	3	31	44.	B	U	6	62
20.	A	U	3	31	45.	D	H	6	53
21.	D	U	3	30	46.	D	H	7	63
22.	C	U	3	32	47.	A	H	7	63
23.	B	U	3	24	48.	B	U	8	64
24.	A	H	3	31	49.	D	U	8	64
25.	A	H	3	30	50.	B	H	8	64

Choix multiple = 50 points

Partie B : Questions à développement

Q	B	C	S	T	ILO
1.	1	U	3	5	46
2.	2	U	2	1	08
3.	3	U	3	6	60
4a.	4	U	2	3	26
4b.	5	U	1	3	32
5.	6	U	3	2	19
6.	7	H	4	7	63
7.	8	H	2	8	64

Questions à développement = 20 points

Questions à choix multiple = 50 (50 questions)

Questions à développement = 20 (7 questions)

TOTAL DE L'EXAMEN = 70 points

LÉGENDE :

Q = Numéro de la question

B = Numéro de la case de note

ILO = Résultats d'apprentissage visés

K = Réponse

S = Note

C = Niveau cognitif

T = Domaine

PARTIE B : QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT

Valeur : 20 points

Durée suggérée : 45 minutes

DIRECTIVES : On a incorporé l'espace pour le travail au brouillon dans l'espace alloué pour répondre à chaque question. Vous n'aurez peut-être pas besoin de tout l'espace qu'on vous a laissé pour répondre à chaque question. Lorsqu'on vous le demande, écrivez la réponse finale à la question dans l'espace prévu à cet effet.

On n'accordera PAS le nombre maximal de points pour une réponse finale seule.

1. Quelle est la somme des 30 premiers termes de la série géométrique $10 + 12 + 14,4 + \dots$
(Réponse à 2 décimales près ou plus.) **(3 points)**

SOLUTION :

$$r = \frac{12}{10} = 1,2 \quad \leftarrow \mathbf{1 \text{ point}}$$

employez $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

où $a = 10$, $n = 30$

$$S_{30} = \frac{10(1-1,2^{30})}{1-1,2} \quad \leftarrow \mathbf{1 \text{ point}}$$

$$\approx 11\,818,816$$

$$= 11\,818,82 \quad \leftarrow \mathbf{1 \text{ point}}$$

2. Prouvez l'identité suivante.

(2 points)

$$\frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{1 + \cos \theta}$$

SOLUTION :

Côté gauche	=	Côté droit
$\frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta}$		$\frac{1}{1 + \cos \theta}$
$\frac{1}{2}$ point $\rightarrow = \frac{1 - \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta}$		
1 point $\rightarrow = \frac{1 - \cos \theta}{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}$		
$\frac{1}{2}$ point $\rightarrow = \frac{1}{1 + \cos \theta}$		
CG = CD		

2. Prouvez l'identité suivante.

(2 points)

$$\frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta} = \frac{1}{1 + \cos \theta}$$

AUTRE SOLUTION :

Côté gauche	=	Côté droit	
$\frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta}$		$\frac{1}{1 + \cos \theta}$	
		$\frac{1}{(1 + \cos \theta)} (1 - \cos \theta)$	← 1 point
		$\frac{1 - \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta}$	← $\frac{1}{2}$ point
		$\frac{1 - \cos \theta}{\sin^2 \theta}$	← $\frac{1}{2}$ point
	CG = CD		

3. Une particule se déplace sur l'axe des x et sa distance par rapport à l'origine est donnée par $x(t) = 2t^2 + 60t$ où x est exprimé en centimètres et t en secondes. Déterminez la distance $x(t)$ par rapport à l'origine lorsque la vitesse de la particule est de 72 cm/sec.

(3 points)

SOLUTION :

$$v = x'(t) \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$x'(t) = 4t + 60 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$4t + 60 = 72 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$t = 3 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$x(3) = 2(3)^2 + 60(3) \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$= 198 \text{ cm} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

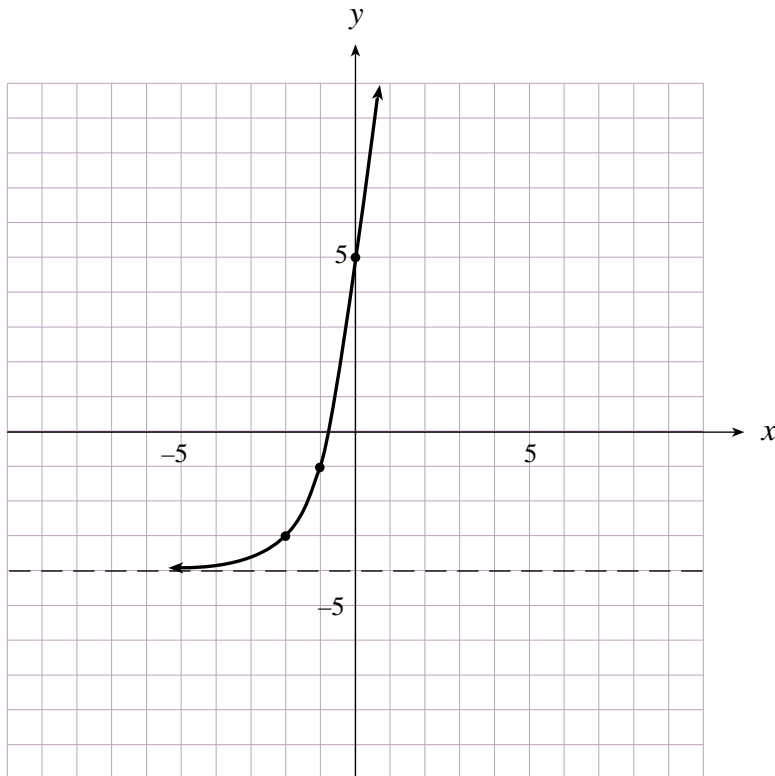
(Note : ne pas retrancher de points si les unités ne sont pas indiquées.)

La question suivante comprend deux parties : a) et b)

4. a) Représentez le graphe de la fonction $y = 3^{x+2} - 4$ sur le graphique ci-dessous.
Tracez l'asymptote à l'aide d'une ligne pointillée et indiquez clairement au moins trois points de la courbe. **(2 points)**

SOLUTION :

$$y = 3^{x+2} - 4$$



asymptote : $\leftarrow \frac{1}{2}$ point
tracé : $\leftarrow \frac{1}{2}$ point
3 points : $\leftarrow 1$ point

b) Déterminez le zéro de cette fonction. (Réponse à 2 décimales près ou plus.)

(1 point)

SOLUTION :

$$0 = 3^{x+2} - 4 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$4 = 3^{x+2}$$

$$\log 4 = (x + 2)\log 3$$

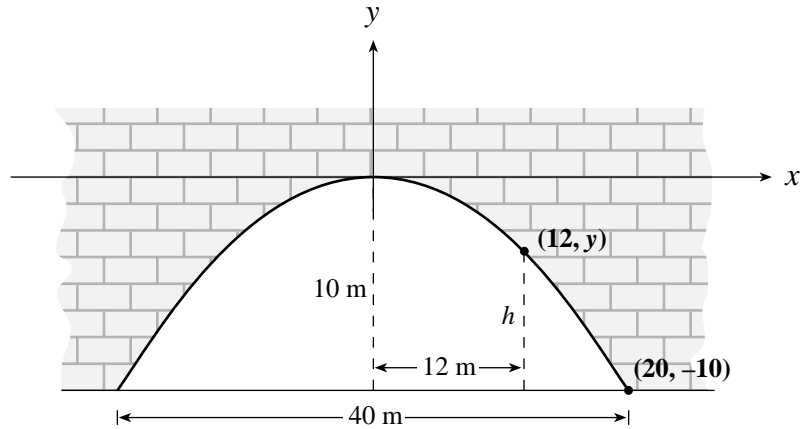
$$x + 2 = \frac{\log 4}{\log 3}$$

$$x = \frac{\log 4}{\log 3} - 2$$

$$x = -0,74 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

5. L'arche d'un pont traversant une rivière est de forme parabolique. La longueur de la base est de 40 m et la hauteur maximum de l'arche est de 10 m. Trouvez la hauteur h de l'arche à une distance de 12 m à partir du centre de l'arche. (Réponse à 1 décimale près ou plus.) **(3 points)**

SOLUTION :



$$y = ax^2 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$-10 = a(400) \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$-\frac{10}{400} = a$$

$$a = -\frac{1}{40} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$y = -\frac{1}{40}x^2 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{40}(12)^2 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

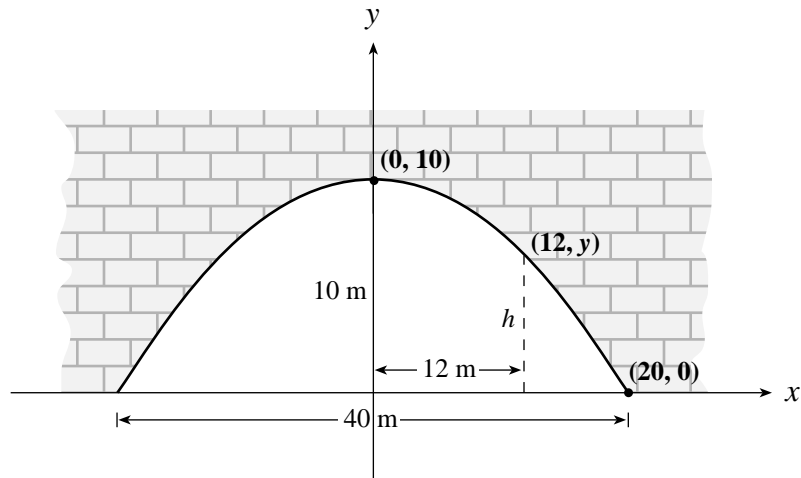
$$y = -3,6$$

$$h = 10 - 3,6$$

$$h = 6,4 \text{ m} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

5. L'arche d'un pont traversant une rivière est de forme parabolique. La longueur de la base est de 40 m et la hauteur maximum de l'arche est de 10 m. Trouvez la hauteur h de l'arche à une distance de 12 m à partir du centre de l'arche. (Réponse à 1 décimale près ou plus.) **(3 points)**

AUTRE SOLUTION :



$$y = ax^2 + 10 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$0 = 400a + 10 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$-\frac{1}{40} = a \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$y = -\frac{1}{40}x^2 + 10 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$y = -\frac{1}{40}(12)^2 + 10 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

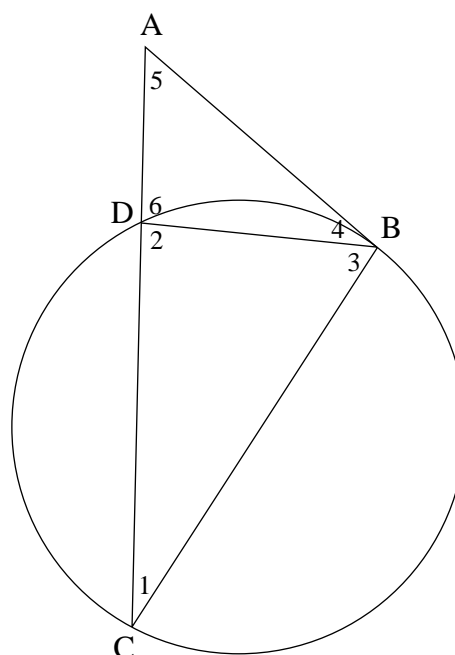
$$y = 6,4 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

6. Complétez la démonstration.

(4 points)

Données : AB est tangent
 $\angle 3 = \angle 5$
 C, D, A sont colinéaires

Démontrez : BC est un diamètre



SOLUTION :

DÉMONSTRATION

	Énoncé	Justification
2 points →	AB est tangent	donnée
	$\angle 4 = \angle 1$	\angle entre tangente et corde
	$\angle 3 = \angle 5$	donnée
2 points →	$\angle 2 = \angle 6$	3° angles des Δ s sont =
	$\angle 2 + \angle 6 = 180^\circ$	\angle s supplémentaires
	$\angle 2 = 90^\circ$	2 \angle s égaux dont la somme est 180°
	BC est un diamètre	\angle inscrit interceptant BC = 90°

7. La population actuelle d'une rivière est de 4 000 000 poissons. Chaque année, à l'aide d'un programme de valorisation, on obtient une croissance de la population de 7 % et on autorise une récolte de 200 000 poissons (c'est-à-dire 200 000 poissons sont pêchés). Déterminez la population après la deuxième récolte. **(2 points)**

SOLUTION :

$\frac{1}{2}$ point $\frac{1}{2}$ point
↓ ↓

$$\begin{aligned} P_1 &= 4\,000\,000(1 + 0,07) - 200\,000 \\ &= 4\,080\,000 \end{aligned} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$\begin{aligned} P_2 &= 4\,080\,000(1 + 0,07) - 200\,000 \\ &= 4\,165\,600 \end{aligned} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

FIN DU CORRIGÉ