Mathématique 12

Examen provincial – Janvier 1997

CORRIGÉ / BARÈME DE NOTATION

Domaines :
1. Trigonométrie
2. Relations quadratiques
3. Fonctions exponentielles et logarithmiques
4. Fonctions polynomiales
5. Suites et séries
6. Introduction au calcul différentiel et intégral
7. Géométrie
8. Résolution de problèmes

Partie A : Questions à choix multiple

Q	C	T	K	S	ILO
1.	K	2	D	1	15
2.	U	2	C	1	14
3.	K	2	D	1	17
4.	U	2	D	1	12
5.	U	2	D	1	16
6.	U	2	B	1	21
7.	U	2	D	1	18
8.	U	2	B	1	22
9.	H	2	C	1	17
10.	H	2	B	1	19
11.	K	1	C	1	01
12.	U	1	A	1	05
13.	U	1	D	1	02
14.	U	1	A	1	08
15.	U	1	D	1	09
16.	U	1	A	1	06
17.	U	1	A	1	08
18.	H	1	B	1	03
19.	K	3	D	1	28
20.	U	3	D	1	31
21.	U	3	B	1	26
22.	U	3	B	1	31
23.	U	3	C	1	32
24.	H	3	D	1	31
25.	H	3	C	1	24

Q	C	T	K	S	ILO
26.	K	4	A	1	40
27.	U	4	C	1	38
28.	U	4	C	1	35
29.	U	4	A	1	41
30.	U	4	A	1	39
31.	U	4	B	1	37
32.	U	4	B	1	40
33.	H	4	C	1	36
34.	K	5	C	1	46
35.	U	5	C	1	46
36.	U	5	A	1	47
37.	U	5	A	1	46
38.	H	5	A	1	46
39.	K	6	A	1	57
40.	U	6	D	1	50
41.	U	6	C	1	58
42.	U	6	C	1	51
43.	U	6	B	1	60
44.	U	6	A	1	57
45.	H	6	B	1	53
46.	U	7	B	1	63
47.	U	7	B	1	63
48.	U	8	D	1	64
49.	H	8	B	1	64
50.	H	8	B	1	64

Partie B : Questions à développement

Q	B	C	T	S	ILO
1.	1	U	1	2	03
2.	2	U	3	3	32
3.	3	U	5	3	46
4.	4	U	2	3	15

Q	B	C	T	S	ILO
5.	5	U	8	2	64
6.	6	H	7	4	63
7.	7	U	6	3	62

Total pour les questions à choix multiple = 50 (50 questions)
Total pour les questions à développement = 20 (7 questions)

Total = 70 points

LÉGENDE :

Q = Numéro de la question | **C** = Niveau cognitif | **T** = Domaine

K = Réponse | **S** = Note | **ILO** = Résultats d'apprentissage visés

B = Numéro de la case de note

PARTIE B : QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT

Valeur : 20 points **Durée suggérée : 45 minutes**

DIRECTIVES : On a incorporé l'espace pour le travail au brouillon dans l'espace alloué pour répondre à chaque question. Vous n'aurez peut-être pas besoin de tout l'espace qu'on vous a laissé pour répondre à chaque question. Lorsqu'on vous le demande, écrivez la réponse finale à la question dans l'espace prévu à cet effet.

On n'accordera PAS le nombre maximal de points pour une réponse finale seule.

1. Résolvez : $3\cos^2 x - 5\cos x - 2 = 0$, où $0 \le x < 2\pi$ (Réponse à 2 décimales près ou plus.)
(2 points)

Solution :

$$3\cos^2 x - 5\cos x - 2 = 0$$

$$(3\cos x + 1)(\cos x - 2) = 0 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$\cos x = -\frac{1}{3} \qquad \cos = 2$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$\tfrac{1}{2}$ **point** $\rightarrow$ $\angle$ de référence $= 1,23$ aucune solution

$$\therefore\ x = \underset{\tfrac{1}{2}\textbf{ point}}{\underset{\uparrow}{1,91}}\ ,\ \underset{\tfrac{1}{2}\textbf{ point}}{\underset{\uparrow}{4,37}}$$

2. La population d'une ville augmente au taux de 6,5% par année. Si la population actuelle est de 12 000, dans combien de temps la population sera-t-elle de 32 000? (Réponse à une décimale près ou plus.) **(3 points)**

Solution :

$$12\ 000(1,065)^t = 32\ 000 \qquad \leftarrow \textbf{1 point}$$

$$1,065^t = \frac{8}{3} \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$t \log 1,065 = \log \frac{8}{3} \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$t = \frac{\log \frac{8}{3}}{\log 1,065} \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$t = 15,6 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

Autre solution possible :

$$12\ 000(1,065)^t = 32\ 000 \qquad \leftarrow \textbf{1 point}$$

$$1,065^t = \frac{8}{3} \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$\log_{1,065} \frac{8}{3} = t \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$\frac{\log \frac{8}{3}}{\log 1,065} = t \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$15,6 = t \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

3. Déterminez la somme de la série arithmétique : $3+17+31+\ \ldots\ +1\,151.$ **(3 points)**

Solution :

$$t_n = a + (n-1)d$$

$$1\,151 = 3 + (n-1)14 \qquad \leftarrow \textbf{1 point}$$

$$1\,148 = (n-1)14$$

$$82 = n - 1$$

$$83 = n \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a + t_n)$$

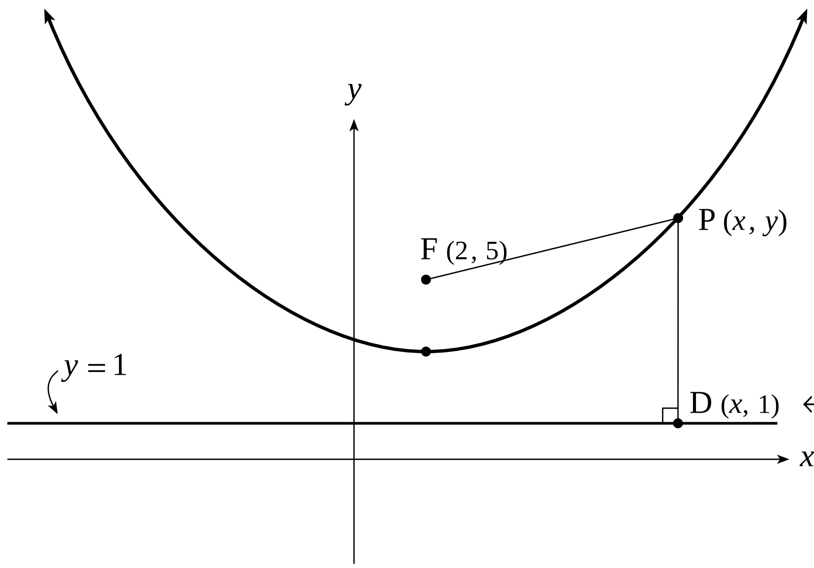
$$= \frac{83}{2}(3 + 1\,151) \qquad \leftarrow \textbf{1 point}$$

$$S_n = 47\,891 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

4. Un point P se déplace de telle sorte qu'il est toujours équidistant du point $F\,(2,\ 5)$ et de la droite donnée par $y = 1$. Trouvez l'équation de ce lieu géométrique et écrivez-la sous forme standard.

(3 points)

Solution :



$\leftarrow \frac{1}{2}$ **mark** for D $(x,\ 1)$

$$PF = PD \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(x-x)^2 + (y-1)^2} \qquad \leftarrow \textbf{1 point}$$

$$(x-2)^2 + y^2 - 10y + 25 = y^2 - 2y + 1$$

$$(x-2)^2 + 24 = 8y \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$\left.\begin{array}{c} y = \dfrac{1}{8}(x-2)^2 + 3 \\ \text{ou} \\ y - 3 = \dfrac{1}{8}(x-2)^2 \end{array}\right\} \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

4. Un point P se déplace de telle sorte qu'il est toujours équidistant du point F $(2,\ 5)$ et de la droite donnée par $y = 1$. Trouvez l'équation de ce lieu géométrique et écrivez-la sous forme standard.

(3 points)

Autre solution possible :

$$y = \frac{1}{4p}(x-h)^2 + k$$

$$p = 2 \qquad (h,\ k) = (2,\ 3)$$

$$y = \frac{1}{8}\underbrace{(x-2)^2 + 3}$$

2 points

1 point pour disposition

5. Une fonction est définie par l'équation $f(t) = t^2 + 6t + 7$. Tracez le graphe de $f(x) + f(y) = 0$.

(2 points)

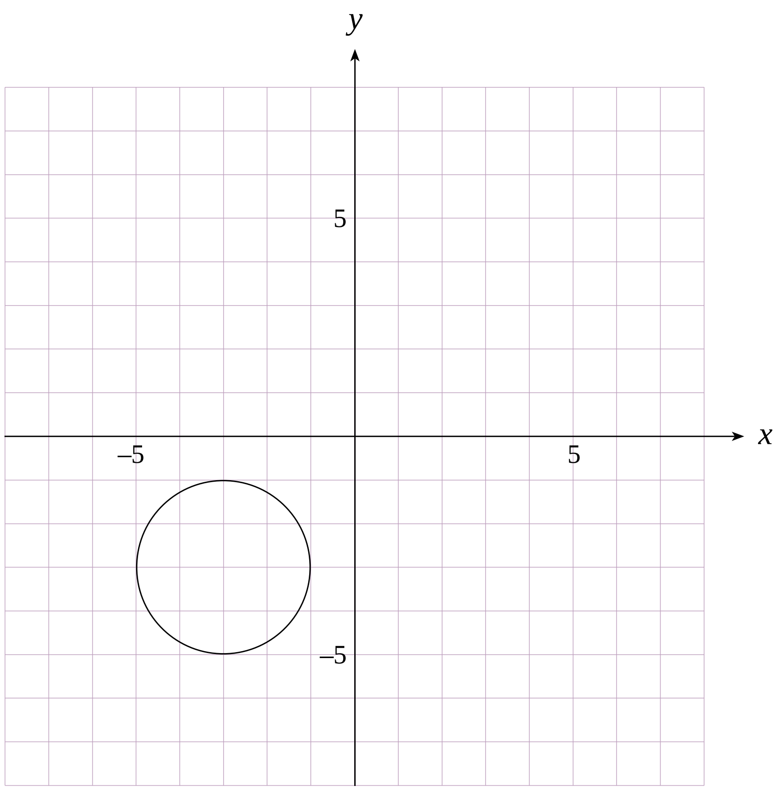
Solution :

$$f(x) + f(y) = 0$$

$$x^2 + 6x + 7 + y^2 + 6y + 7 = 0 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 + 6y + 9 = -14 + 18 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$(x+3)^2 + (y+3)^2 = 4 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

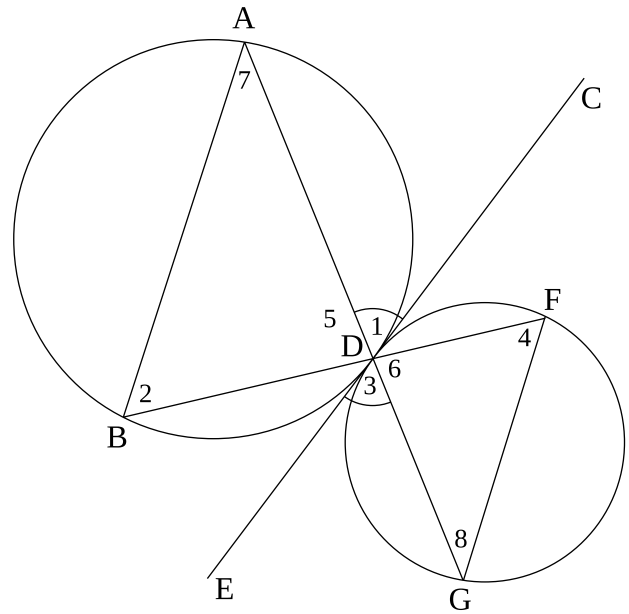


← $\frac{1}{2}$ **point** pour le graphe

6. Complétez la démonstration suivante. **(4 points)**

Données : AG et BF se coupent au point D
CE est tangente aux deux cercles au point D

Prouvez : AB || FG



Solution :

Démonstration

Énoncé	Justification
CE est tangente aux deux cercles au point D	donnée
$\angle 1 = \angle 2$	$\angle$ entre la corde et la tangente
$\angle 3 = \angle 4$	$\angle$ entre la corde et la tangente
$\angle 1 = \angle 3$	angles opposés par le sommet sont =
$\angle 2 = \angle 4$	les deux sont = à des angles = (substitution)
AB || FG	les angles alternes internes sont =

7. La différence entre deux nombres x et y est de 50, où x est plus grand que y. Si $R = x + y + xy$, déterminez les valeurs de x et de y telles que R soit minimum. **(3 points)**

Solution :

Soit les nombres x et y.

$$\left.\begin{aligned} x - y &= 50 \\ \therefore\ y &= x - 50 \end{aligned}\right\} \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

Soit $R = x + y + xy$

$$\left.\begin{aligned} R &= x + (x - 50) + x(x - 50) \\ R &= x^2 - 48x - 50 \end{aligned}\right\} \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$\frac{dR}{dx} = 2x - 48 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$2x - 48 = 0 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$x = 24 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$y = 24 - 50 = -26 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$x = 24$$

$$y = -26$$

(**Remarque :** déduire seulement $\frac{1}{2}$ **point** si x et y sont intervertis.)

FIN DU CORRIGÉ