Mathématique 12

Examen provincial – Juin 1996

CORRIGÉ / BARÈME DE NOTATION

Domaines :
1. Trigonométrie
2. Relations quadratiques
3. Fonctions exponentielles et logarithmiques
4. Fonctions polynomiales
5. Suites et séries
6. Introduction au calcul différentiel et intégral
7. Géométrie
8. Résolution de problèmes

Partie A : Questions à choix multiple

Q	C	T	K	S	ILO	Q	C	T	K	S	ILO
1.	K	2	C	1	12.14	26.	K	4	A	1	12.41
2.	K	2	D	1	12.17	27.	U	4	B	1	12.41
3.	U	2	A	1	12.11	28.	U	4	B	1	12.37
4.	U	2	B	1	12.17	29.	U	4	C	1	12.40
5.	U	2	C	1	12.16	30.	U	4	C	1	12.43
6.	U	2	C	1	12.20	31.	U	4	B	1	12.35
7.	U	2	A	1	12.18	32.	U	4	C	1	12.39
8.	U	2	A	1	12.15	33.	H	4	B	1	12.36
9.	H	2	A	1	12.17	34.	U	5	B	1	12.46
10.	H	2	B	1	12.13	35.	K	5	B	1	12.46
11.	K	1	D	1	12.01	36.	U	5	C	1	12.45
12.	U	1	D	1	12.02	37.	U	5	B	1	12.46
13.	U	1	D	1	12.07	38.	H	5	D	1	12.47
14.	U	1	D	1	12.05	39.	K	6	A	1	12.57
15.	U	1	A	1	12.08	40.	U	6	C	1	12.50
16.	U	1	C	1	12.09	41.	U	6	C	1	12.53
17.	H	1	C	1	12.08	42.	U	6	B	1	12.51
18.	H	1	D	1	12.09	43.	U	6	C	1	12.58
19.	K	3	D	1	12.28	44.	U	6	B	1	12.61
20.	U	3	D	1	12.26	45.	H	6	D	1	12.57
21.	U	3	A	1	12.31	46.	H	7	B	1	12.63
22.	U	3	A	1	12.24	47.	H	7	A	1	12.63
23.	U	3	B	1	12.31	48.	U	8	A	1	12.64
24.	U	3	D	1	12.27	49.	U	8	D	1	12.64
25.	H	3	C	1	12.30	50.	U	8	B	1	12.64

Partie B : Questions à développement

Q	B	C	T	S	ILO
1.	1	U	1	2	12.06
2.	2	U	5	3	12.46
3.	3	U	3	3	12.32
4.	4	U	2	3	12.22

Q	B	C	T	S	ILO
5.	5	H	7	4	12.63
6.	6	U	6	3	12.56
7.	7	H	8	2	12.64

Total pour les questions à choix multiple = 50 (50 questions)
Total pour les questions à développement = 20 (7 questions)

Total = 70 points

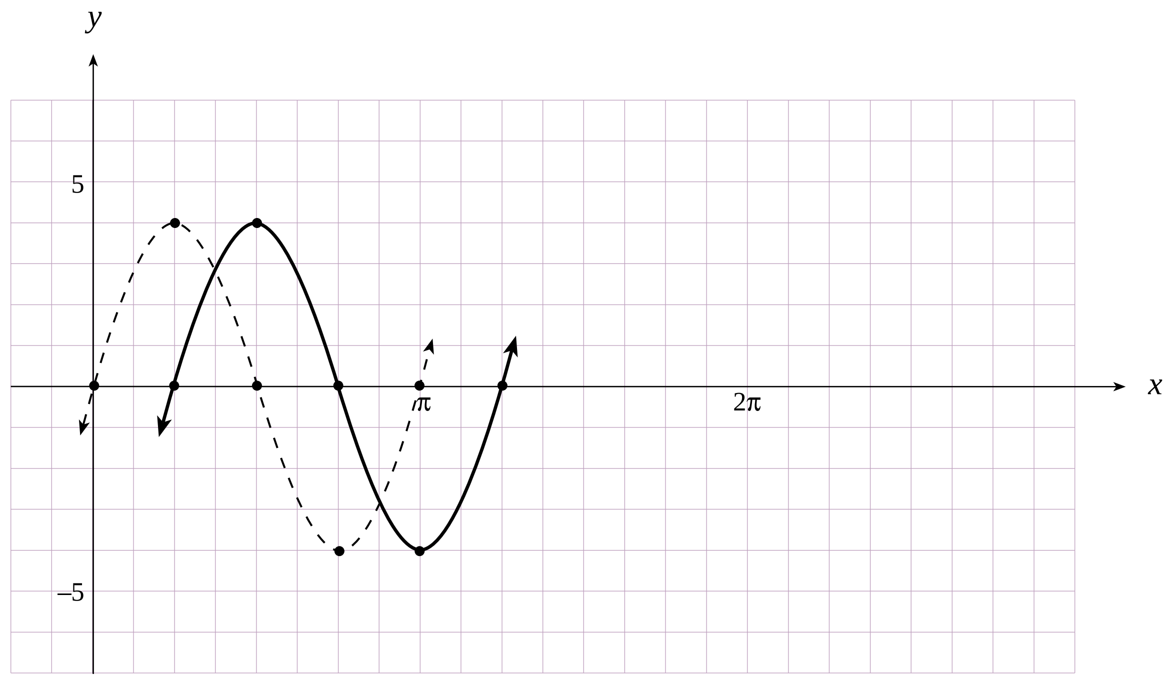
LÉGENDE:

Q = Numéro de la question	**C** = Niveau cognitif	**T** = Domaine
K = Réponse	**S** = Note	**ILO** = Résultats d'apprentissage visés
B = Numéro de la case de note		

PARTIE B : QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT

1.	Tracez le graphe de la fonction $y = 4\sin 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ sur au moins une période.	**(2 points)**

Solution :



Écart de phase ← $\frac{1}{2}$ **point**
Période ← $\frac{1}{2}$ **point**
Amplitude ← $\frac{1}{2}$ **point**
Forme ← $\frac{1}{2}$ **point**

Amplitude = 4

Période = π

Écart de phase= $\frac{\pi}{4} \rightarrow$

Courbe du sinus

2. Trois termes consécutifs d'une suite arithmétique sont les suivants: $8x+7$, $2x+5$ et $2x^2+x$. Déterminez les valeurs des trois termes pour toutes les suites pouvant satisfaire à ces conditions.

(3 points)

Solution :

$$t_2 - t_1 = t_3 - t_2 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$2x+5-(8x+7) = 2x^2+x-(2x+5) \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$-6x-2 = 2x^2-x-5$$

$$2x^2+5x-3=0$$

$$(2x-1)(x+3)=0$$

$$x=\frac{1}{2} \qquad\qquad x=-3$$

$$\uparrow \qquad\qquad\qquad \uparrow$$

$\tfrac{1}{2}$ **point** $\tfrac{1}{2}$ **point**

$\therefore$ les termes sont :

$11,\ 6,\ 1$ $\leftarrow \tfrac{1}{2}$ **point**

et $-17,\ -1,\ 15$ $\leftarrow \tfrac{1}{2}$ **point**

2. Trois termes consécutifs d'une suite arithmétique sont les suivants: $8x+7$, $2x+5$ et $2x^2+x$. Déterminez les valeurs des trois termes pour toutes les suites pouvant satisfaire à ces conditions.

(3 points)

Autre solution possible :

$$t_2 = \frac{t_1 + t_3}{2} \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$2x+5 = \frac{8x+7+2x^2+x}{2} \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$4x+10 = 9x+2x^2+7$$

$$0 = 2x^2+5x-3$$

$$0 = (2x-1)(x+3)$$

$$x = \frac{1}{2} \qquad x = -3$$

$$\uparrow \qquad\qquad \uparrow$$

$\tfrac{1}{2}$ **point** $\qquad$ $\tfrac{1}{2}$ **point**

$\therefore$ les termes sont :

$11, \quad 6, \quad 1 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}$ **point**

et $\quad -17, \ -1, \ 15 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}$ **point**

3. Résolvez : $\log_2(x+7)+\log_2(x+5)=3$ **(3 points)**

Solution :

$$\log_2(x+7)+\log_2(x+5)=3$$

$$\log_2(x+7)(x+5)=3 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$(x+7)(x+5)=8 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$x^2+12x+35=8$$

$$x^2+12x+27=0 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$(x+3)(x+9)=0$$

$$x=-3 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$\textbf{et} \quad x=-9 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$\text{rejet de} \quad x=-9 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$x=-3$$

4. Résolvez le système suivant **pour x seulement**. (Réponse à 2 décimales près ou plus.) **(3 points)**

$$xy = 6$$
$$x^2 + y^2 = 15$$

Solution :

$$xy = 6$$
$$x^2 + y^2 = 15$$
$$y = \frac{6}{x} \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$x^2 + \left(\frac{6}{x}\right)^2 = 15 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$x^2 + \frac{36}{x^2} = 15 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$x^4 + 36 = 15x^2$$
$$x^4 - 15x^2 + 36 = 0 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$
$$(x^2 - 12)(x^2 - 3) = 0$$

$$x^2 = 12$$
$$\left.\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{12} \\ x = \pm 2\sqrt{3} \\ x = \pm 3,46 \end{array}\right\} \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

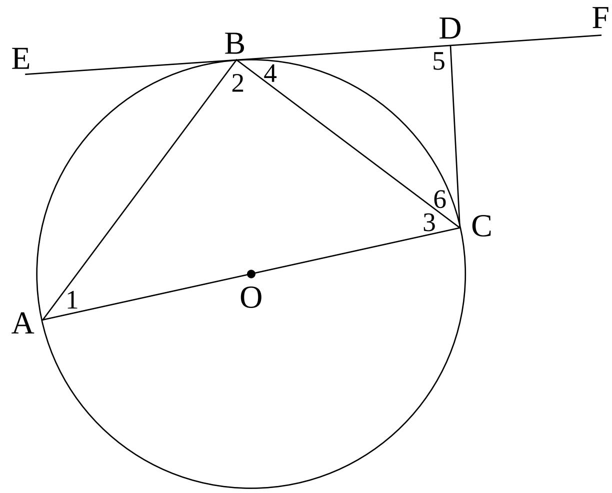
$$x^2 = 3$$
$$\left.\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{3} \\ x = \pm 1,73 \end{array}\right\} \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

(Déduire $\tfrac{1}{2}$ **point** si l' élève a omis ±)

5. Complétez la démonstration. **(4 points)**

Données : AC est un diamètre du cercle ayant pour centre O
EF est une tangente en B
CD ⊥ EF

Prouvez : BC bissectrice de ∠DCA



Solution :

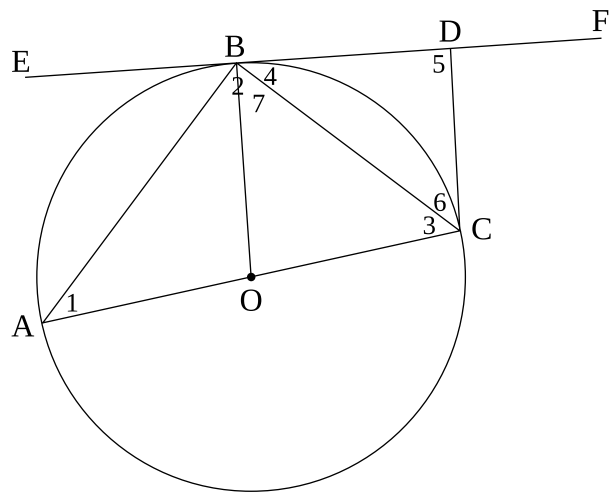
Démonstration

	Énoncé	Justification
2 points →	EF est une tangente	donnée
	$\angle 4 = \angle 1$	$\angle$ entre la corde et la tangente
	AC est un diamètre	donnée
	$\angle 2 = 90°$	$\angle$ inscrit dans un demi-cercle
2 points →	$DC \perp EF$	donnée
	$\angle 5 = 90°$	définition de $\perp$
	$\angle 2 = \angle 5$	les deux = 90° (substitution)
	$\angle 3 = \angle 6$	les 3^e angles des triangles sont =
	BC bissectrice de $\angle DCA$	définition de la bissectrice

5. Complétez la démonstration. **(4 points)**

Données : AC est un diamètre du cercle ayant pour centre O
EF est une tangente en B
CD ⊥ EF

Prouvez : BC bissectrice de ∠DCA



Autre solution possible :

Démonstration

	Énoncé	Justification
	Relier OB	construction
	EF est une tangente	donnée
2 points →	∠EBO = 90°	tangente ⊥ rayon
	CD ⊥ EF	donnée
	∠5 = 90°	définition de ⊥
	∠5 = ∠EBO	substitution
	OB ‖ CD	angles correspondants sont =
	∠7 = ∠6	angles alternes internes sont =
2 points →	OB = OC	rayons sont =
	∠7 = ∠3	les angles opposés à des côtés = sont =
	∠6 = ∠3	substitution
	BC bissectrice de ∠DCA	définition de la bissectrice

6. Soit $f(x) = 3x^2$. Utilisez la définition de la dérivée pour prouver que $f'(x) = 6x$. **(3 points)**

Solution :

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} && \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{3(x+h)^2 - 3x^2}{h} && \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{3\left(x^2 + 2xh + h^2\right) - 3x^2}{h} && \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 - 3x^2}{h} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{6xh + 3h^2}{h} && \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point} \\
&= \lim_{h\to 0} \frac{h(6x + 3h)}{h} && \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point} \\
&= \lim_{h\to 0} (6x + 3h) && \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point} \\
&= 6x
\end{aligned}
$$

7. Déterminez le domaine de la relation $\log_{x+4} y = \log_{x+4} x^2$.	**(2 points)**

Solution :

$$\log_{x+4} y = \log_{x+4} x^2$$

Restrictions de la base		Restrictions de l'argument
		$x^2 > 0 \quad \leftarrow \frac{1}{2}$ **point**
$x + 4 > 0$	$x + 4 \neq 1$	
$x > -4$	$x \neq -3$	
		$x \neq 0$
$\uparrow$	$\uparrow$	$\uparrow$
$\frac{1}{2}$ **point**	$\frac{1}{2}$ **point**	$\frac{1}{2}$ **point**

FIN DU CORRIGÉ