Mathématique 12

Examen provincial – Juin 1997

CORRIGÉ / BARÈME DE NOTATION

Domaines :
1. Trigonométrie
2. Relations quadratiques
3. Fonctions exponentielles et logarithmiques
4. Fonctions polynomiales
5. Suites et séries
6. Introduction au calcul différentiel et intégral
7. Géométrie
8. Résolution de problèmes

Partie A : Questions à choix multiple

Q	C	T	K	S	ILO
1.	K	2	D	1	18
2.	U	2	B	1	14
3.	K	2	B	1	17
4.	U	2	A	1	17
5.	U	2	B	1	10
6.	U	2	A	1	22
7.	U	2	A	1	21
8.	U	2	A	1	17
9.	H	2	A	1	15
10.	H	2	D	1	20
11.	K	1	B	1	01
12.	U	1	C	1	05
13.	U	1	B	1	02
14.	U	1	B	1	08
15.	U	1	B	1	03
16.	H	1	C	1	03
17.	H	1	D	1	08
18.	H	1	C	1	06
19.	K	3	A	1	28
20.	U	3	C	1	26
21.	U	3	C	1	29
22.	U	3	A	1	24
23.	H	3	B	1	32
24.	U	3	B	1	31
25.	H	3	D	1	31

Q	C	T	K	S	ILO
26.	K	4	B	1	38
27.	U	4	C	1	37
28.	U	4	B	1	35
29.	U	4	D	1	43
30.	H	4	A	1	41
31.	K	5	A	1	46
32.	U	5	B	1	46
33.	U	5	A	1	45
34.	U	5	C	1	46
35.	U	5	D	1	46
36.	U	5	C	1	46
37.	U	5	B	1	47
38.	H	5	A	1	46
39.	K	6	B	1	57
40.	U	6	C	1	50
41.	U	6	C	1	51
42.	U	6	C	1	52
43.	U	6	C	1	61
44.	U	6	D	1	54
45.	H	6	D	1	53
46.	H	7	C	1	63
47.	H	7	B	1	63
48.	U	8	D	1	64
49.	H	8	D	1	64
50.	H	8	B	1	64

Partie B : Questions à développement

Q	B	C	T	S	ILO
1.	1	U	1	2	06
2.	2	U	3	3	32
3a.	3	U	6	2	60
3b.	4	U	6	1	60

Q	B	C	T	S	ILO
4.	5	U	2	3	19
5.	6	U	4	3	40
6.	7	U	8	2	64
7.	8	H	7	4	63

Total pour les questions à choix multiple = 50 (50 questions)
Total pour les questions à développement = 20 (7 questions)
Total = 70 points

LÉGENDE :		
Q = Numéro de la question	**C** = Niveau cognitif	**T** = Domaine
K = Réponse	**S** = Note	**ILO** = Résultats d'apprentissage visés
B = Numéro de la case de note		

PARTIE B : QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT

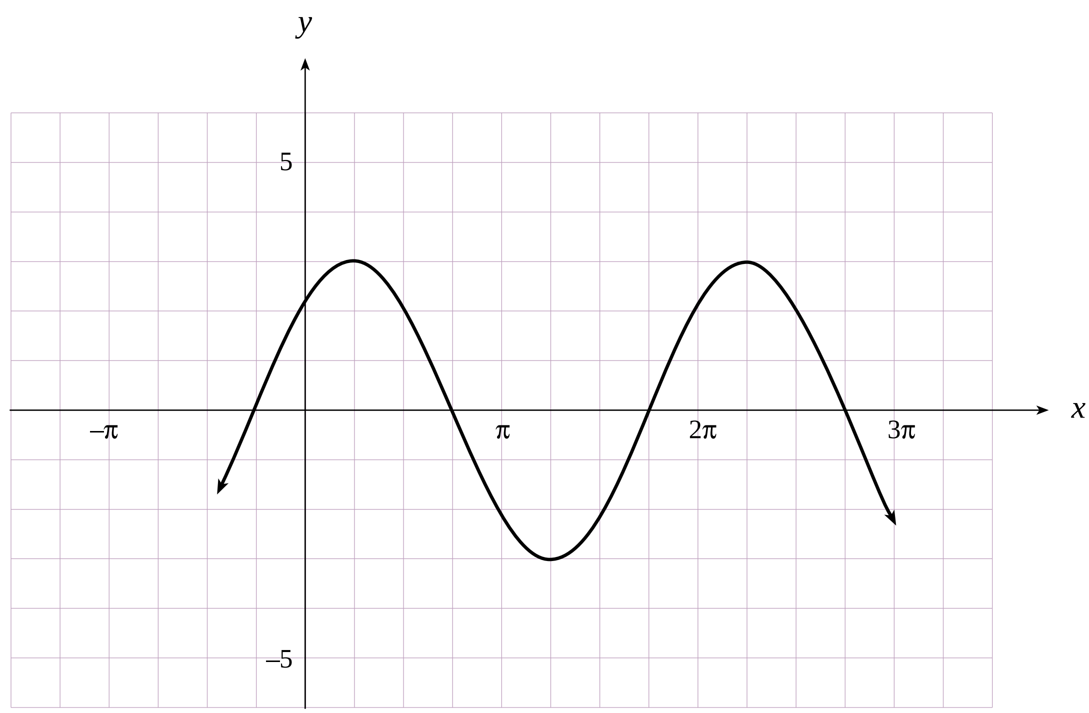
Valeur : 20 points **Durée suggérée : 45 minutes**

DIRECTIVES : On a incorporé l'espace pour le travail au brouillon dans l'espace alloué pour répondre à chaque question. Vous n'aurez peut-être pas besoin de tout l'espace qu'on vous a laissé pour répondre à chaque question. Lorsqu'on vous le demande, écrivez la réponse finale à la question dans l'espace prévu à cet effet.

On n'accordera PAS le nombre maximal de points pour une réponse finale seule.

1. Tracez le graphe de $y = -3\sin\left(x - \frac{3\pi}{4}\right)$ sur au moins une période. **(2 points)**

Solution :



Sinusoïde : forme et période $\leftarrow \frac{1}{2}$ **point**

Réflexion $\leftarrow \frac{1}{2}$ **point**

Amplitude $\leftarrow \frac{1}{2}$ **point**

Déphasage $\leftarrow \frac{1}{2}$ **point**

2. Trouvez x : $2\log(4-x)-\log 3=\log(10-x)$ **(3 points)**

Solution :

$$\log\frac{(4-x)^2}{3}=\log(10-x) \qquad \leftarrow \textbf{1 point}$$

$$\frac{(4-x)^2}{3}=10-x \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$16-8x+x^2=30-3x$$

$$x^2-5x-14=0 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$(x-7)(x+2)=0$$

$$x=-2\ ,\ \cancel{7}$$

$\tfrac{1}{2}$ **point** ↵ ↑

rejeter

↑

$\tfrac{1}{2}$ **point**

$$\therefore\ x=-2$$

3. Une particule se déplace le long de l'axe des x de telle sorte que sa position à l'instant t soit donnée par $x = 4t^3 - 21t^2 + 30t$, où t est mesuré en secondes et x est mesuré en mètres.

   a) Déterminez à quel(s) instant(s) la particule est arrêtée. **(2 points)**

Solution :

$$v = x' = 12t^2 - 42t + 30 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$12t^2 - 42t + 30 = 0 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$6\left(2t^2 - 7t + 5\right) = 0$$

$$6(2t - 5)(t - 1) = 0$$

$$t = \frac{5}{2}\text{ s} \quad \text{ou} \quad t = 1\text{ s}$$

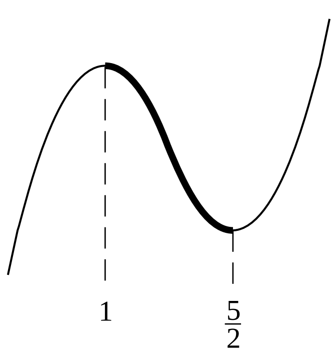
$\uparrow$ $\frac{1}{2}$ **point** $\qquad$ $\uparrow$ $\frac{1}{2}$ **point**

b) Déterminez durant quel intervalle de temps la particule se déplace vers la gauche. **(1 point)**

Solution :

Représentez le graphe de la position x en fonction du temps

$$x = 4t^3 - 21t^2 + 30t$$

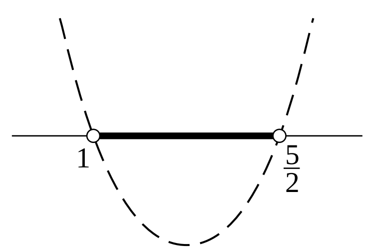


décroissant $\Rightarrow$ déplacement vers la gauche

ou

Déterminez le signe de x'

$$x' = 6(2t - 5)(t - 1)$$

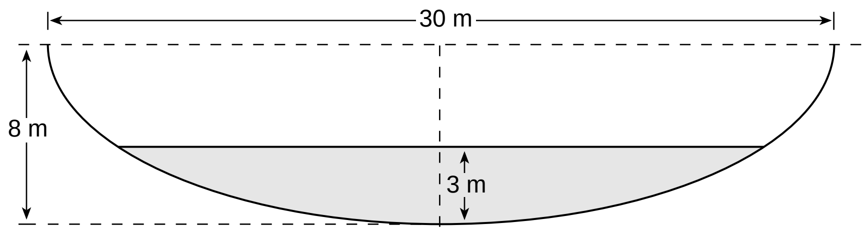


$x' < 0 \Rightarrow$ déplacement vers la gauche

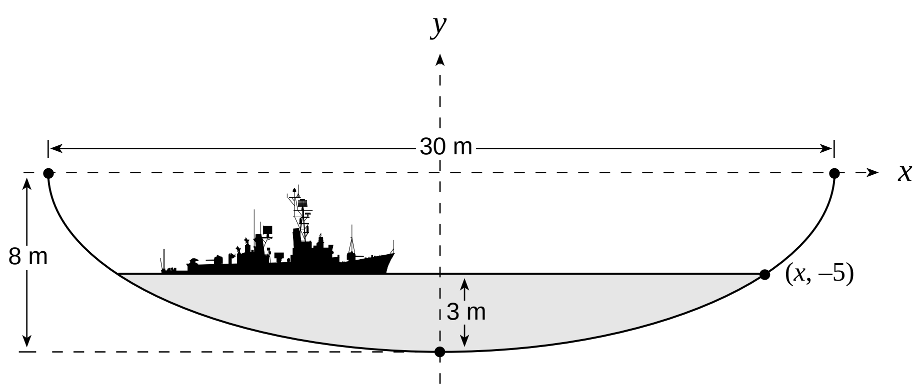
$\therefore$ la particule se déplace vers la gauche lorsque

$$1 < t < \frac{5}{2} \qquad \leftarrow \textbf{1 point}$$

4. La section transversale d'un canal de drainage a la forme d'une demi-ellipse. La largeur de la section est de 30 m et sa profondeur de 8 m à son point le plus profond. Présentement, la hauteur maximale de l'eau est de 3 m dans le canal. Calculez la largeur de la surface de l'eau. (Réponse à 2 décimales près ou plus.) **(3 points)**



Solution :



← **$\frac{1}{2}$ point**

$$\frac{x^2}{15^2} + \frac{y^2}{8^2} = 1$$

← **$\frac{1}{2}$ point (forme de l'équation)**

↑ **$\frac{1}{2}$ point** ↑ **$\frac{1}{2}$ point**

$$\frac{x^2}{15^2} + \frac{(-5)^2}{8^2} = 1$$

← **$\frac{1}{2}$ point**

$$x^2 = \left(1 - \frac{5^2}{8^2}\right)15^2$$

$$x = 11,709$$

largeur $= 23,42$ m ← **$\frac{1}{2}$ point**

5. Si -2 est une racine de $2x^3 + kx^2 - 11x + 6 = 0$, déterminez les deux autres racines. **(3 points)**

Solution :

$$2(-2)^3 + k(-2)^2 - 11(-2) + 6 = 0 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$4k = -12$$

$$k = -3 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$2x^3 - 3x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$\left.\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & -3 & -11 & 6 \\ & & -4 & 14 & -6 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & 0 \end{array}\right\} \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 0 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$(2x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x = \underset{\substack{\uparrow \\ \frac{1}{2}\ \textbf{point}}}{\frac{1}{2}} \quad \text{ou} \quad \underset{\substack{\uparrow \\ \frac{1}{2}\ \textbf{point}}}{3}$$

Autre solution possible :

$$\left.\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & k & -11 & 6 \\ & & -4 & 14 & -6 \\ \hline & 2 & -7 & 3 & 0 \end{array}\right\} \leftarrow \mathbf{1\tfrac{1}{2}}\ \textbf{point}$$

(**Remarque** : il n’est pas nécessaire de trouver *k*.)

$$2x^2 - 7x + 3 = 0 \quad \leftarrow \tfrac{1}{2}\ \textbf{point}$$

$$(2x - 1)(x - 3) = 0$$

$$x = \underset{\substack{\uparrow \\ \frac{1}{2}\ \textbf{point}}}{\frac{1}{2}} \quad \text{ou} \quad \underset{\substack{\uparrow \\ \frac{1}{2}\ \textbf{point}}}{3}$$

6. Deux fonctions sont définies par les équations $f(t) = t^2 - 4t - 6$ et $g(t) = t^2 + 2t - 5$.
Tracez le graphe de la région définie par l'inéquation suivante. **(2 points)**

$$f(x) + g(y) \leq 0$$

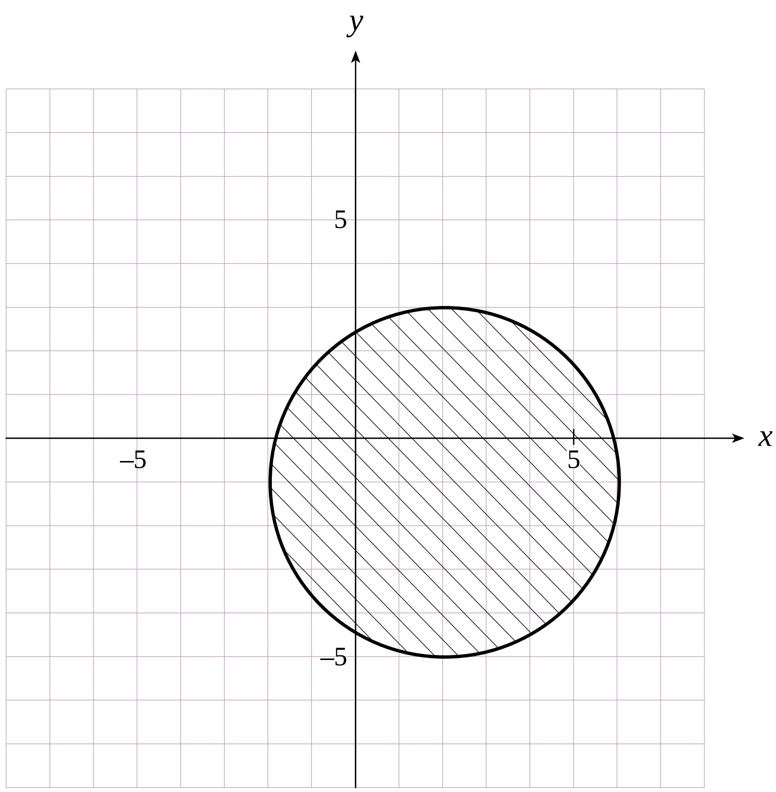
Solution :

$$\left.\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 4x - 6 \\ g(y) &= y^2 + 2y - 5 \end{aligned}\right\} \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$x^2 - 4x - 6 + y^2 + 2y - 5 \leq 0 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 \leq 11 + 4 + 1$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 16 \qquad \leftarrow \tfrac{1}{2} \textbf{ point}$$



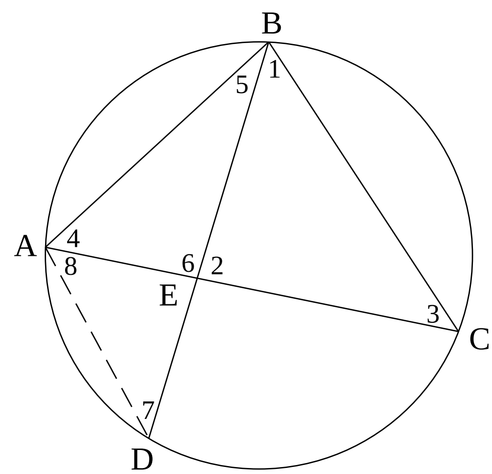
← $\frac{1}{2}$ **point** pour le graphe

7. Complétez la démonstration. **(4 points)**

Donnée : BE = EC

Prouvez : AE = DE

Remarque : On suggère à l’élève de se servir de chiffres pour désigner les angles.



Solution :

Démonstration

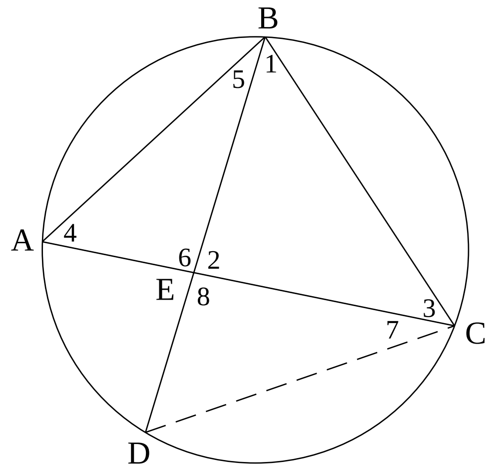
	Énoncé	Justification
2 points →	relier AD	construction
	BE = EC	donnée
	$\angle 1 = \angle 3$	angles opposés à des côtés = sont =
	$\angle 3 = \angle 7$	angles inscrits interceptant la même corde sont =
2 points →	$\angle 1 = \angle 8$	angles interceptant le même arc sont =
	$\angle 7 = \angle 8$	les deux sont = à des angles = (substitution)
	AE = DE	côtés opposés à des angles = sont =

7. Complétez la démonstration. **(4 points)**

Donnée : BE = EC

Prouvez : AE = DE

Remarque : On suggère à l'élève de se servir de chiffres pour désigner les angles.



Autre solution possible :

Démonstration

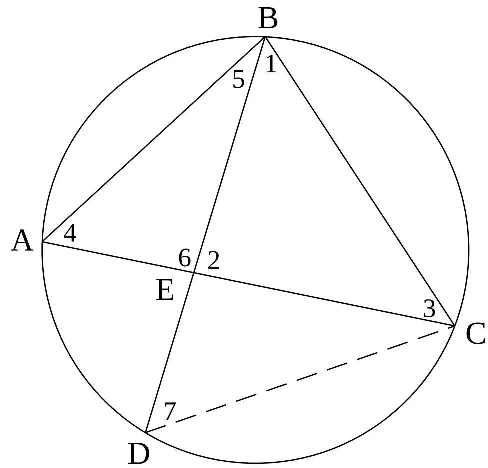
Énoncé	Justification
relier DC	construction
$\angle 5 = \angle 7$	angles inscrits interceptant le même arc sont =
BE = EC	donnée
$\angle 6 = \angle 8$	angles opposés par le sommet sont =
$\Delta AEB \cong \Delta DEC$	ACA
AE = DE	ECTCC

7. Complétez la démonstration. **(4 points)**

Donnée : BE = EC

Prouvez : AE = DE

Remarque : On suggère à l'élève de se servir de chiffres pour désigner les angles.



Autre solution possible :

Démonstration

Énoncé	Justification
relier DC	construction
$\angle 4 = \angle 7$	angles inscrits interceptant la même corde sont =
BE = EC	donnée
$\angle 1 = \angle 3$	angles opposés à des côtés = sont =
BC = BC	même côté
$\Delta ABC \cong \Delta DCB$	AAC
AC = DB	ECTCC
AC – EC = DB – BE	propriété de l' égalité de la soustraction
AE = DE	substitution

FIN DU CORRIGÉ