

**EXAMEN PROVINCIAL – MATHÉMATIQUE 12 – JUIN 1995  
CORRIGÉ / BARÈME DE NOTATION**

**CLASSIFICATION DES ITEMS**

- DOMAINES**
1. Trigonométrie
  2. Relations quadratiques
  3. Fonctions exponentielles et logarithmiques
  4. Fonctions polynomiales
  5. Suites et séries
  6. Introduction au calcul intégral
  7. Géométrie
  8. Résolution de problèmes

**PARTIE A: QUESTIONS À CHOIX MULTIPLE**

| <b>Q</b> | <b>C</b> | <b>T</b> | <b>K</b> | <b>S</b> | <b>ILO</b> | <b>Q</b> | <b>C</b> | <b>T</b> | <b>K</b> | <b>S</b> | <b>ILO</b>  |
|----------|----------|----------|----------|----------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|-------------|
| 1.       | K        | 2        | D        | 1        | 12.14      | 26.      | K        | 4        | A        | 1        | 12.40       |
| 2.       | K        | 2        | A        | 1        | 12.17      | 27.      | K        | 4        | C        | 1        | 12.40       |
| 3.       | U        | 2        | B        | 1        | 12.11      | 28.      | U        | 4        | C        | 1        | 12.38       |
| 4.       | U        | 2        | C        | 1        | 12.18      | 29.      | U        | 4        | D        | 1        | 12.37       |
| 5.       | U        | 2        | D        | 1        | 12.17      | 30.      | U        | 4        | D        | 1        | 12.35       |
| 6.       | U        | 2        | D        | 1        | 12.15      | 31.      | U        | 4        | A        | 1        | 12.40       |
| 7.       | U        | 2        | A        | 1        | 12.15      | 32.      | U        | 4        | C        | 1        | 12.43       |
| 8.       | U        | 2        | C        | 1        | 12.16      | 33.      | H        | 4        | A        | 1        | 12.36       |
| 9.       | H        | 2        | A        | 1        | 12.16      | 34.      | K        | 5        | C        | 1        | 12.46       |
| 10.      | H        | 2        | C        | 1        | 12.20      | 35.      | U        | 5        | C        | 1        | 12.46       |
| 11.      | U        | 1        | C        | 1        | 12.01      | 36.      | U        | 5        | B        | 1        | 12.47       |
| 12.      | K        | 1        | B        | 1        | 12.02      | 37.      | U        | 5        | A        | 1        | 12.46       |
| 13.      | U        | 1        | C        | 1        | 12.05      | 38.      | H        | 5        | C        | 1        | 12.46       |
| 14.      | U        | 1        | D        | 1        | 12.08      | 39.      | K        | 6        | C        | 1        | 12.57       |
| 15.      | U        | 1        | C        | 1        | 12.09      | 40.      | U        | 6        | B        | 1        | 12.51       |
| 16.      | U        | 1        | C        | 1        | 12.09      | 41.      | U        | 6        | B        | 1        | 12.59       |
| 17.      | H        | 1        | D        | 1        | 12.06      | 42.      | U        | 6        | D        | 1        | 12.58       |
| 18.      | H        | 1        | B        | 1        | 12.07      | 43.      | U        | 6        | A        | 1        | 12.53       |
| 19.      | K        | 3        | D        | 1        | 12.28      | 44.      | U        | 6        | C        | 1        | 12.51       |
| 20.      | U        | 3        | A        | 1        | 12.31      | 45.      | H        | 6        | D        | 1        | 12.56       |
| 21.      | U        | 3        | B        | 1        | 12.30      | 46.      | H        | 7        | B        | 1        | 12.63/12.64 |
| 22.      | U        | 3        | D        | 1        | 12.24      | 47.      | U        | 7        | B        | 1        | 12.63/12.64 |
| 23.      | U        | 3        | D        | 1        | 12.29      | 48.      | U        | 8        | A        | 1        | 12.64       |
| 24.      | H        | 3        | A        | 1        | 12.31      | 49.      | U        | 8        | B        | 1        | 12.64       |
| 25.      | H        | 3        | B        | 1        | 12.30      | 50.      | U        | 8        | B        | 1        | 12.64       |

## PARTIE B: QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT

| <b>Q</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>T</b> | <b>S</b> | <b>ILO</b> | <b>Q</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>T</b> | <b>S</b> | <b>ILO</b> |
|----------|----------|----------|----------|----------|------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------|
| 1.       | 1        | U        | 2        | 3        | 12.19      | 5.       | 5        | U        | 1        | 2        | 12.08      |
| 2.       | 2        | U        | 3        | 3        | 12.32      | 6.       | 6        | U        | 6        | 3        | 12.60      |
| 3.       | 3        | H        | 7        | 4        | 12.63      | 7.       | 7        | U        | 8        | 2        | 12.64      |
| 4.       | 4        | U        | 5        | 3        | 12.48      |          |          |          |          |          |            |

Questions à choix multiple = 50 (50 questions)

Questions à développement = 20 (7 questions)

**Total = 70 points**

### LÉGENDE:

**Q** = Question

**C** = Niveau cognitif

**T** = Domaine

**K** = Réponse correcte

**S** = Note

**ILO** = Objectifs d'apprentissage visés

**B** = Numéro de la case de note

## PARTIE B: QUESTIONS À DÉVELOPPEMENT

1. La somme des carrés de deux nombres positifs est 914. Trouvez les deux nombres si la différence de leurs carrés est 336. **(3 points)**

**Réponse:**

$$\frac{1}{2} \text{ point} \rightarrow x^2 + y^2 = 914 \qquad y^2 - x^2 = 336 \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$2y^2 = 1\,250 \leftarrow \mathbf{1 \text{ point}}$$

$$y^2 = 625$$

$$y = 25 \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$x = 17 \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$\therefore$  Les nombres sont 25 et 17

2. Résolvez:  $\log_4(7 - 3x) + \log_4(x + 4) = 2$

(3points)

**Réponse:**

$$\log_4(7 - 3x) + \log_4(x + 4) = 2$$

$$\log_4(7 - 3x)(x + 4) = 2 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$(7 - 3x)(x + 4) = 4^2 \quad \leftarrow \mathbf{1 \text{ point}}$$

$$7x + 28 - 3x^2 - 12x = 16$$

$$3x^2 + 5x - 12 = 0 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

$$(3x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = \frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad x = -3$$

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & & \uparrow \\ \frac{1}{2} \text{ point} & & \frac{1}{2} \text{ point} \end{array}$$

3. Complétez la démonstration.

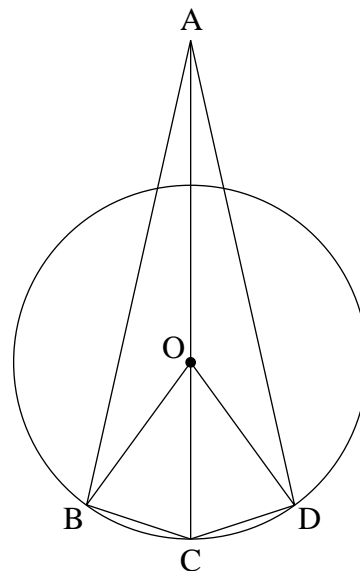
(4 points)

Données: Cercle dont le centre est à O

$$BC = CD$$

Prouvez:  $AB = AD$

Remarque: On suggère aux élèves de se servir de chiffres pour désigner les angles.



Réponse:

| Démonstration                       |               |
|-------------------------------------|---------------|
| Énoncé                              | Justification |
| Cercle dont le centre est à O       | donnée        |
| $BO = DO$                           | = rayons      |
| $BC = DC$                           | donnée        |
| $OC = OC$                           | même côté     |
| $\triangle BOC \cong \triangle DOC$ | CCC           |
| $\angle 1 = \angle 2$               | ECTCC         |
| $AC = AC$                           | même côté     |
| $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ | CAC           |
| $AB = AD$                           | ECTCC         |

← 2 points

← 2 points

3. Complétez la démonstration.

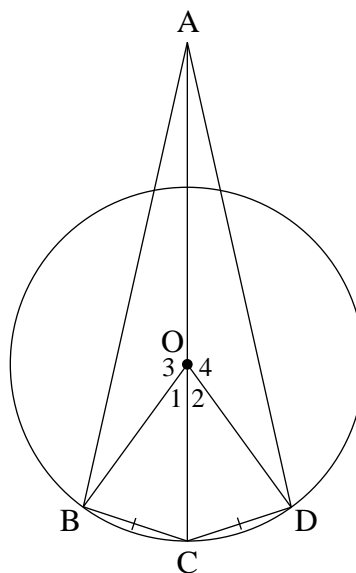
(4 points)

Données: Cercle dont le centre est à O

$$BC = CD$$

Prouvez:  $AB = AD$

Remarque: On suggère aux élèves de se servir de chiffres pour désigner les angles.



Autre réponse possible:

| Énoncé                              | Démonstration                                 | Justification |
|-------------------------------------|---|---------------|
| Cercle dont le centre est à O       | donnée  | } ← 2 points  |
| $BC = CD$                           | donnée  |               |
| $\angle 1 = \angle 2$               | angles au centre interceptant cordes = sont = |               |
| $\angle 3 = \angle 4$               | angles supplémentaires d'angles = sont =      |               |
| $BO = DO$                           | = rayons                                      | } ← 2 points  |
| $AO = AO$                           | même côté                                     |               |
| $\triangle AOB \cong \triangle AOD$ | CAC   |               |
| $AB = AD$                           | ECTCC   |               |

4. Trouvez la somme de tous les multiples de 6 entre 100 et 1 000.

**(3 points)**

**Réponse:**

$$102 + 108 + 114 + \dots + 996 \quad \leftarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \text{ point pour } 102 \\ \frac{1}{2} \text{ point pour } 996 \end{cases}$$

$$t_n = a + (n-1)d$$

$$102 + (n-1)6 = 996$$

$$n = 150$$

**← 1 point**

$$S_n = \frac{n}{2}(a + t_n)$$

$$S_{150} = \frac{150}{2}(102 + 996) = 82\,350 \quad \leftarrow \text{1 point}$$

5. Prouvez l'identité suivante.

(2 points)

$$\frac{1}{1 + \sin \theta} = \sec^2 \theta - \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta}$$

Réponse:

|                       | Côté gauche   |  | Côté droit  |                       |
|-----------------------|---|--|---|-----------------------|
|                       | $\frac{1}{1 + \sin \theta}$   |  | $\sec^2 \theta - \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta}$                    |                       |
|                       | $= \frac{1}{1 + \sin \theta} \frac{(1 - \sin \theta)}{(1 - \sin \theta)}$ |  | $= \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\cos \theta}$ |                       |
| $\frac{1}{2}$ point → | $= \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin^2 \theta}$                             |  | $= \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta}$                   | ← $\frac{1}{2}$ point |
| $\frac{1}{2}$ point → | $= \frac{1 - \sin \theta}{\cos^2 \theta}$                                 |  | $= \frac{1 - \sin \theta}{\cos^2 \theta}$   | ← $\frac{1}{2}$ point |
|                       | $\text{CG} = \text{CD}$   |  |   |                       |



5. Prouvez l'identité suivante.

(2 points)

$$\frac{1}{1 + \sin \theta} = \sec^2 \theta - \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta}$$

Autre réponse possible:

| Côté gauche                 | Côté droit   |
|-----------------------------|--|
| $\frac{1}{1 + \sin \theta}$ | $\sec^2 \theta - \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos \theta}$   |
|                             | $= \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\cos \theta}$  |
|                             | $= \frac{1}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ mark}$                    |
|                             | $= \frac{1 - \sin \theta}{\cos^2 \theta} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ mark}$  |
|                             | $= \frac{1 - \sin \theta}{1 - \sin^2 \theta} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ mark}$                                      |
|                             | $= \frac{\cancel{(1 - \sin \theta)}}{(1 + \sin \theta)\cancel{(1 - \sin \theta)}} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ mark}$ |
|                             | $= \frac{1}{1 + \sin \theta}$  |

CG = CD

6. La distance  $D$  parcourue par un avion sur une piste avant le décollage est donnée par  $D = \frac{3}{5}t^2 + 8t$ , où  $D$  est mesuré en mètres à partir du début de la piste de décollage et  $t$  est mesuré en secondes. Si l'avion décolle lorsque sa vitesse atteint 44 m/s, quelle distance (en mètres) parcourra-t-il sur la piste avant de décoller? **(3 points)**

**Réponse:**

$$D = \frac{3}{5}t^2 + 8t$$

$$V = \frac{6}{5}t + 8 \quad \leftarrow \mathbf{1 \text{ point}}$$

$$\frac{6}{5}t + 8 = 44 \quad \leftarrow \frac{1}{2} \mathbf{point}$$

$$\frac{6}{5}t = 36$$

$$t = 30 \text{ s} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \mathbf{point}$$

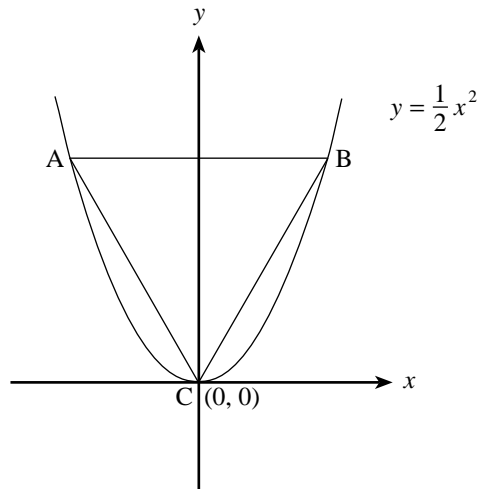
$$D = \frac{3}{5}(30)^2 + 8(30) \quad \leftarrow \frac{1}{2} \mathbf{point}$$

$$D = 780 \text{ m} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \mathbf{point}$$

7. Les points A, B, et C se trouvent sur la parabole  $y = \frac{1}{2}x^2$  tel qu'illustré dans le diagramme. Si  $\triangle ABC$  est équilatéral, déterminez la coordonnée en  $x$  (l'abscisse) du point B.

(Réponses exactes **ou** réponses à 2 décimales près.)

**(2 points)**



**Réponse:**

Soit les coordonnées du point B  $\left(x, \frac{1}{2}x^2\right)$   $\leftarrow \frac{1}{2}$  point

Longueur de chaque côté du triangle =  $2x$   $\leftarrow \frac{1}{2}$  point

$$\sqrt{(x-0)^2 + \left(\frac{1}{2}x^2 - 0\right)^2} = 2x \quad \leftarrow \frac{1}{2}$$

$$x^2 + \frac{x^4}{4} = 4x^2$$

$$4x^2 + x^4 = 16x^2$$

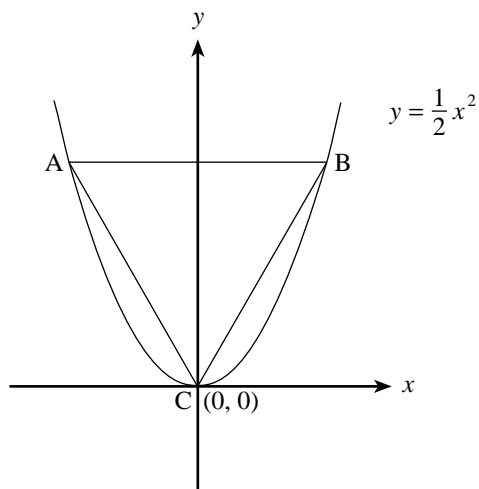
$$x^4 - 12x^2 = 0$$

$$x^2(x^2 - 12) = 0$$

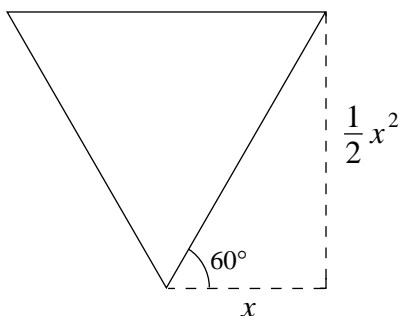
$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \quad \leftarrow \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{ coordonnée en } x \text{ du point B} = 2\sqrt{3} \quad \text{ou} \quad 3,46$$

7. Les points A, B, et C se trouvent sur la parabole  $y = \frac{1}{2}x^2$  tel qu'illustré dans le diagramme. Si  $\triangle ABC$  est équilatéral, déterminez la coordonnée en  $x$  (l'abscisse) du point B. (Réponses exactes **ou** réponses à 2 décimales près.) **(2 points)**



**Autre réponse possible:**



$$\text{tg } 60^\circ = \frac{\frac{1}{2}x^2}{x} = \frac{x}{2}$$

$\uparrow$              $\uparrow$              $\uparrow$   
 **$\frac{1}{2}$  point**    **$\frac{1}{2}$  point**    **$\frac{1}{2}$  point**

$$\sqrt{3} = \frac{x}{2}$$

$$x = 2\sqrt{3} \quad \leftarrow \frac{1}{2} \text{ point}$$

**FIN DU CORRIGÉ**